

Tabelle: Berechnen von wichtigen Funktionswerten (Beispiele) mit dem ETR und in Excel

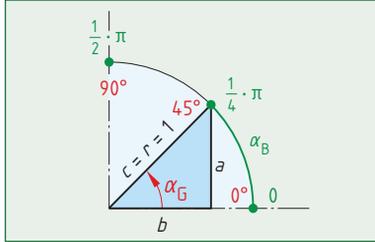
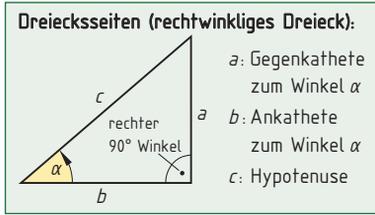
In der Elektrotechnik müssen häufig Funktionswerte, z. B. $\sin 45^\circ$, mit dem elektronischen Taschenrechner (ETR) oder mithilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen, z. B. Excel, berechnet werden. Für die Tastatureingabe am ETR sind, je nach Hersteller und Typ, bestimmte Schritte einzuhalten (**Tabelle**). Grundsätzlich ist zu beachten:

- Bei gängigen Taschenrechnern erfolgt die Eingabe entsprechend der Schreibweise von links nach rechts (natürliches Display).
- Neben der ersten Tastenbelegung ist meist auch die Eingabe einer zweiten Tastenbelegung, die über der Taste steht und in der Regel auch andersfarbig gekennzeichnet ist, möglich. Die Zweitbelegung, z. B. die Funktion 10^x , wird üblicherweise durch Drücken einer separaten Taste, z. B. "SHIFT" oder "2nd", aufgerufen.
- Zusammengehörige Rechenschritte, z. B. eine Addition unter der Wurzel, müssen in Klammern gesetzt werden.
- In Excel wird der Ausdruck zur Berechnung des Funktionswertes in einer Zelle, z. B. A1, eingetragen.

Funktionsbeispiele mit zugehörigen Eingabeschritten*	Hinweise
2-te Wurzel und Quadrat, z. B. $\sqrt{202^2 + 110^2} = ?$ (Seite 38)  ETR 1: $\sqrt{\square} (\square) 202 \square^2 + 110 \square^2 \square) = \Rightarrow 230$ ETR 2: $2\text{nd} \square^2 (\square) 202 \square^2 + 110 \square^2 \square) = \Rightarrow 230$  Excel: $=\text{WURZEL}(202^2+110^2) \Rightarrow 230$	$\sqrt{\square}$ über 1. Tastenbelegung $\sqrt{\square}$ über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \square^2$ Statt z. B. 202^2 auch Potenz(202;2)
Zehnerpotenz, z. B. $2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = ?$ (Seite 30)  ETR 1: $2,5 \square \times 8,85 \square \times 10^x (-) 12 \square = \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$ ETR 2: $2,5 \square \times 8,85 \square \times 2\text{nd} \text{LOG} (-) 12 \square = \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$  Excel: $=2,5*8,85*1\text{E-}12 \Rightarrow 2,2125\text{E-}11$	$\square \times 10^x$ über 1. Tastenbelegung 10^x über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \text{LOG}$ 1E-12 bedeutet: 10^{-12} Auch: $=\text{PRODUKT}(2,5;8,85;1\text{E-}12)$
Zehnerlogarithmus (lg), z. B. $20 \cdot \lg \frac{48}{14} = ?$ (Seite 86)  ETR 1: $20 \square \times \text{SHIFT} (-) (\square) 48 \square \div 14 \square) = \Rightarrow 10,7$ ETR 2: $20 \square \times \text{LOG} (\square) 48 \square \div 14 \square) = \Rightarrow 10,7$  Excel: $=20*\text{LOG}10(48/14) \Rightarrow 10,7$	Der Zehnerlogarithmus (lg) hat die Zahl 10 als Basis. log über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} (-)$ LOG über 1. Tastenbelegung Bei Basis 10 ist die Basisangabe 10 nicht unbedingt erforderlich.
Natürlicher Logarithmus (ln), z. B. $-2,4 \cdot \ln \left(\frac{24,6}{125} \right) = ?$ (Seite 31)  ETR 1: $(-)\ 2,4 \square \times \ln (\square) 24,6 \square \div 125 \square) = \Rightarrow 3,90$ ETR 2: $(-)\ 2,4 \square \times \text{LN} (\square) 24,6 \square \div 125 \square) = \Rightarrow 3,90$  Excel: $=-2,4*\text{LN}(24,6/125) \Rightarrow 3,90$	Der natürliche Logarithmus (ln) hat die Zahl $e = 2,71828\dots$ als Basis. \ln über 1. Tastenbelegung LN über 1. Tastenbelegung
Exponentialfunktion (e-Funktion), z. B. $125 \cdot e^{-3,9/2,4} = ?$ (Seite 31)  ETR 1: $125 \square \times \text{SHIFT} \ln (-) (\square) 3,9 \square \div 2,4 \square) = \Rightarrow 24,6$ ETR 2: $125 \square \times 2\text{nd} \text{LN} (-) (\square) 3,9 \square \div 2,4 \square) = \Rightarrow 24,6$  Excel: $=125*\text{EXP}(-3,9/2,4) \Rightarrow 24,6$	Die e-Funktion ist eine Exponentialfunktion mit der Basis $e = 2,71828\dots$ e^x über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \ln$ e^x über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \text{LN}$
Trigonometrische Funktion (sin) a) im Gradmaß und b) im Bogenmaß, z. B. a) $325 \cdot \sin 45^\circ = ?$ und b) $325 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = ?$ (Seite 36) a) Einstellung: DEG bzw. D  ETR 1: $325 \square \times \sin 45 \square = \Rightarrow 229,8$ ETR 2: $325 \square \times \text{SIN} 45 \square = \Rightarrow 229,8$  Excel: $=325*\text{SIN}(\text{BOGENMASS}(45)) \Rightarrow 229,8$ b) Einstellung: RAD bzw. R $325 \square \times \sin (\square) \text{SHIFT} \square \times 10^x \square \div 4 \square) = \Rightarrow 229,8$ $325 \square \times \text{SIN} (\square) \pi \square \div 4 \square) = \Rightarrow 229,8$ $=325*\text{SIN}(\text{PI}()/4) \Rightarrow 229,8$	Am ETR muss bei Winkelangaben im Gradmaß, z. B. 45° , DEG bzw. D und bei Winkelangaben im Bogenmaß, z. B. $\pi/4$, RAD bzw. R eingestellt werden. Die Einstellung erfolgt z. B. im SETUP-Menü. π über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \square \times 10^x$ Excel berechnet trigonometrische Funktionen immer im Bogenmaß. Winkel im Gradmaß werden mit der Funktion $\text{BOGENMASS}()$ umgerechnet.
Umkehrfunktion des Sinus (arc sin), z. B. $\arcsin \left(\frac{230}{325} \right) = ?$ (Seite 36)  ETR 1: $\text{SHIFT} \sin (\square) 230 \square \div 325 \square) = \Rightarrow 45 (45^\circ)$ ETR 2: $2\text{nd} \text{SIN} (\square) 230 \square \div 325 \square) = \Rightarrow 45 (45^\circ)$  Excel: $=\text{GRAD}(\text{ARCSIN}(230/325)) \Rightarrow 45 (45^\circ)$	Zu einem Sinuswert, z. B. 0,707, wird der zugehörige Winkel im Gradmaß, hier 45° , mit \sin^{-1} (= arc sin) berechnet. \sin^{-1} über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \sin$ bzw. $2\text{nd} \text{SIN}$ GRAD liefert den Winkel im Gradmaß.

* Die Eingabeschritte am elektronischen Taschenrechner sind beispielhaft und können je nach Modell abweichen.

In der Elektrotechnik, insbesondere in der Wechselstromtechnik, sind Berechnungen mit Winkelfunktionen, z.B. der Sinusfunktion (**Seite 36**), wichtig. Die vier Winkelfunktionen Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens geben im rechtwinkligen Dreieck das Verhältnis zweier Seiten in Bezug auf den Winkel α an.



Umrechnung Gradmaß $\alpha_G \leftrightarrow$ Bogenmaß α_B mit dem Taschenrechner:

- Bei Gradmaß auf DEG oder D
 - Beispiele:
 - $\alpha_G = 90^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 90 = (1)$
 - $\alpha_G = 45^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 45 = (0,707)$
 - $\alpha_G = 0^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 0 = (0)$
- Bei Bogenmaß auf RAD oder R
 - Beispiele:
 - $\alpha_B = \frac{\pi}{2} \Rightarrow R \Rightarrow \sin (\frac{\pi}{2}) = (1)$
 - $\alpha_B = \frac{\pi}{4} \Rightarrow R \Rightarrow \sin (\frac{\pi}{4}) = (0,707)$
 - $\alpha_B = 0 \Rightarrow R \Rightarrow \sin 0 = (0)$

Winkel-funktion	Funktions-gleichung	Beispiel für $a = 0,707; b = 0,707; c = 1; \alpha = 45^\circ$
Sinus	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Cosinus	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Tangens	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$
Cotangens	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$

- Der Winkel α kann im Gradmaß α_G , z.B. $\alpha_G = 45^\circ$, oder im Bogenmaß α_B , z.B. $\alpha_B = 1/4 \cdot \pi \text{ rad} = 0,785 \text{ rad}$, angegeben werden.
- Die Einheit des Winkels im Gradmaß ist $^\circ$ (Grad), im Bogenmaß rad (Radiant).
- In einem Einheitskreis (Radius $r = 1$) ist α_B die Länge des Kreisbogens.

Umrechnung Gradmaß α_G in Bogenmaß α_B :

Bogenmaß $\alpha_B = \frac{\alpha_G \cdot \pi}{180^\circ}$			
Beispiele	$\alpha_G = 90^\circ$	$\alpha_G = 180^\circ$	$\alpha_G = 270^\circ$
α_B in rad	$\frac{1}{2} \cdot \pi = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$

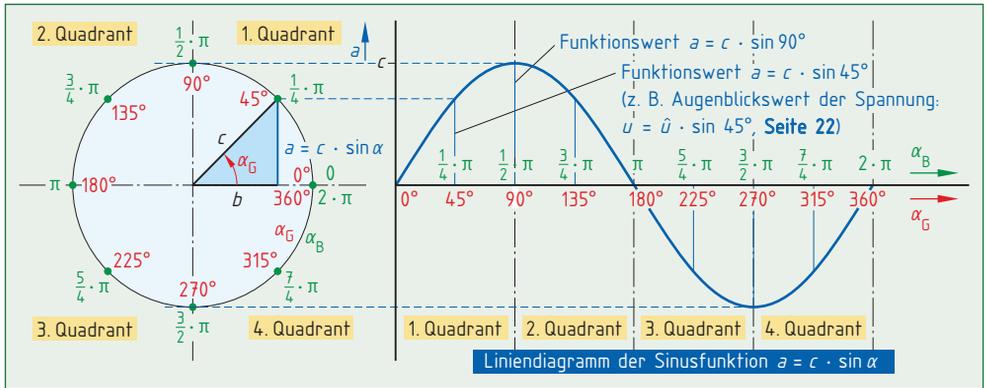
Umrechnung Bogenmaß α_B in Gradmaß α_G :

Gradmaß $\alpha_G = \frac{\alpha_B \cdot 180^\circ}{\pi}$			
Beispiele	$\alpha_B = \frac{3}{4} \cdot \pi = 2,36$	$\alpha_B = \frac{5}{4} \cdot \pi = 3,93$	$\alpha_B = \frac{7}{4} \cdot \pi = 5,50$
α_G in Grad	135°	225°	315°

Wertebereiche der Winkelfunktionen bei einem Kreisumlauf in den vier Quadranten:

Quadrant	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
1. (0° bis 90°)	0 bis +1	+1 bis 0	0 bis $+\infty$	$+\infty$ bis 0
2. (90° bis 180°)	+1 bis 0	0 bis -1	$-\infty$ bis 0	0 bis $-\infty$
3. (180° bis 270°)	0 bis -1	-1 bis 0	0 bis $+\infty$	$+\infty$ bis 0
4. (270° bis 360°)	-1 bis 0	0 bis +1	$-\infty$ bis 0	0 bis $-\infty$
Beispiele	$\sin 90^\circ = 1$ $\sin 225^\circ = -0,707$	$\cos 90^\circ = 0$ $\cos 180^\circ = -1$	$\tan 45^\circ = 1$ $\tan 89^\circ = 57,3$	$\cot 90^\circ = 0$ $\cot 359^\circ = -57,3$

Darstellung der Sinusfunktion als Liniendiagramm für einen vollen Kreisumlauf:



Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen	Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen
1. Länge und ihre Potenzen				3. Mechanik			
l Δl b h d, δ r, R d, D s	Länge, Abstand Längenänderung, Längendifferenz Breite Höhe, Tiefe Dicke, Schichtdicke Radius, Halbmesser, Abstand Durchmesser Weglänge, Kurvenlänge	Meter	m	m	Masse, Gewicht als Wäageergebnis	Kilogramm	kg
				ρ, ρ_m	Dichte, Massendichte, volumenbezogene Masse	Kilogramm je Kubikmeter	kg/m ³
				F F_G, G	Kraft Gewichtskraft	Newton	N
				M	Kraftmoment, Drehmoment	Newtonmeter	Nm
A, S S, q	Flächeninhalt, Fläche, Oberfläche Querschnittsfläche, Querschnitt	Quadratmeter	m ²	p	Druck	Pascal	Pa
V ΔV	Volumen, Rauminhalt Volumenänderung, Volumendifferenz			Kubikmeter	m ³	ϵ	Dehnung, relative Längenänderung
α, β, γ	ebener Winkel	Grad (DEG)	° (Grad)			μ	Reibungszahl
φ	Drehwinkel	Radian (RAD)	rad = $\frac{m}{m}$ = 1	W	Arbeit, Energie	Joule	J
Ω, ω	Raumwinkel	Steradian	sr	P	Leistung	Watt	W
2. Raum und Zeit				η	Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis) Arbeitsgrad** Nutzungsgrad (Arbeitsverhältnis, Energieverhältnis) Übersetzungsverhältnis	-	1
t Δt T τ, T	Zeit, Dauer Zeitdifferenz, Zeitänderung Periodendauer, Schwingungsdauer Zeitkonstante	Sekunde	s	ξ			
f, ν f_c f_r	Frequenz Grenzfrequenz Resonanzfrequenz			Hertz			
ω n	Kreisfrequenz, Pulsanz Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	-	rad/s = 1/s	4. Wärme und Wärmeübertragung			
ω, Ω	Winkelgeschwindigkeit, Drehgeschwindigkeit	Radian je Sekunde	rad/s	T, θ	thermodynamische Temperatur Temperaturdifferenz	Kelvin	K
λ	Wellenlänge	Meter	m	t, ϑ	Celsius-Temperatur	Grad Celsius	°C
α_1 α_v, γ	Längenausdehnungs- koeffizient Volumenausdehnungs- koeffizient	je Kelvin	1/K	Q	Wärme, Wärmemenge	Joule	J
v, u, w c	Geschwindigkeit Ausbreitungsgeschwin- digkeit einer Welle	Meter je Sekunde	m/s	R_{th}	thermischer Widerstand, Wärmewiderstand	Kelvin je Watt	K/W
a g	Beschleunigung, Verzögerung örtliche Fallbeschleunigung	Meter je Sekunde hoch zwei	m/s ²	C_{th}	Wärmekapazität	Joule je Kelvin	J/K
* Sind für eine Größe mehrere Zeichen angeführt, so ist das an erster Stelle stehende (meist internationale) Zeichen zu bevorzugen.				c	spezifische Wärmekapazität	Joule je kg und Kelvin	J/(kg · K)
** ξ griech. Kleinbuchstabe zeta				Fortsetzung siehe hintere Umschlag-Innenseite			

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Summieren, Multiplizieren

Kommutativgesetz

$$\begin{aligned} a + b + c &= a + c + b \\ &= b + c + a \end{aligned} \quad \begin{aligned} a \cdot b \cdot c &= a \cdot c \cdot b \\ &= b \cdot c \cdot a \end{aligned}$$

Assoziativgesetz

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= a + (b + c + d) \\ &= (a + c) + (b + d) \end{aligned} \quad \begin{aligned} a - b + c - d &= a - (b - c + d) \\ &= (a + c) - (b + d) \end{aligned} \quad \begin{aligned} a \cdot b \cdot c \cdot d &= a \cdot (b \cdot c \cdot d) \\ &= (a \cdot c) \cdot (b \cdot d) \end{aligned}$$

Regeln für das Rechnen mit Vorzeichen

$$\begin{aligned} (+a) + (+b) &= a + b & (+a) - (-b) &= a + b & (+a) - (+b) &= a - b & (+a) + (-b) &= a - b \\ (+a) \cdot (+b) &= +a \cdot b = ab & (+a) \cdot (-b) &= -a \cdot b = -ab \\ (-a) \cdot (-b) &= +a \cdot b = ab & (-a) \cdot (+b) &= -a \cdot b = -ab \end{aligned}$$

Distributivgesetz

$$\begin{aligned} a \cdot (c + d) &= ac + ad & a \cdot (c - d) &= ac - ad & a - bc - bd + be &= a - b \cdot (c + d - e) \\ (a + b) \cdot (c + d) &= ac + ad + bc + bd & (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b) \cdot (c - d) &= ac - ad - bc + bd & (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b) \cdot (c - d) &= ac - ad + bc - bd & (a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

1.2 Rechnen mit Brüchen

Vorzeichenregeln

$$\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b} \quad \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Rechenregeln

Kürzen mit k :

$$\frac{ak}{bk} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$$

Erweitern mit n :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{an}{bn}$$

Summieren:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$$

Multiplizieren:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

Dividieren:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Wichtige Anwendungen:

$$\frac{ak+bk}{ck} = \frac{k(a+b)}{ck} = \frac{a+b}{c};$$

$$\frac{a}{b+c} + \frac{d}{e} = \frac{ae+(b+c) \cdot d}{(b+c) \cdot e};$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{b \cdot c} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{b+c}$$

1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen $a^n = c$
 a Grundzahl (Basis)
 n Hochzahl (Exponent)
 c Potenzwert

$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow a^n$
 Bsp.: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

$a^n = c$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ $a^0 = 1$; $10^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $3^1 = 3$; $3^{-1} = \frac{1}{3}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = a^m \cdot b^{-m}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Zahl	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Zehnerpotenz	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Wurzeln $\sqrt[n]{c} = a$
 a Wurzelwert
 n Wurzelexponent
 c Radikand

$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow \sqrt[n]{c} = a$
 Bsp.: $\sqrt[4]{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2$

$\sqrt[n]{c} = c^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d}$ $\sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}} = \left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}}$ $a^2 = c \Rightarrow a = \pm \sqrt{c}$

Logarithmen

10 gleiche Teile
 3 Teile 4 Teile 3 Teile
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
 0% 30% 70% 100%
 Strecke in % →
 Logarithmische Teilung für die Werte 1, 2, 5 und 10

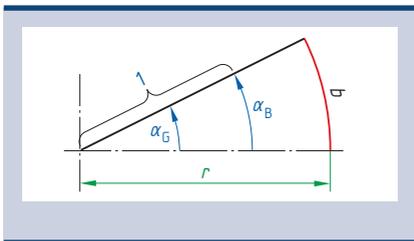
n Logarithmus a Basis
 c Numerus

Eingabemodus:
 Taste **LOG** $c = a^n \Rightarrow$ $\log_a c = n$

- Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus): $\log_{10} c = \lg c$
 Beispiel: $\lg 2 = 0,301\dots$
- Natürlicher Logarithmus (e = 2,718...): $\log_e c = \ln c$
 Beispiel: $\ln 2 = 0,694\dots$
- Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus): $\log_2 c = \text{lb } c$
 Beispiel: $\text{lb } 2 = 1$

$\log_a c + \log_a d = \log_a (c \cdot d)$ $\log_a c - \log_a d = \log_a \left(\frac{c}{d}\right)$ $-\log_a d = \log_a \left(\frac{1}{d}\right)$
 $k \cdot \log_a c = \log_a (c^k)$ $\frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a (\sqrt[n]{c})$ $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_a c \cdot \log_b a$

1.4 Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß \Leftrightarrow Gradmaß

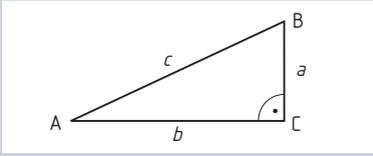


α_B Winkel im Bogenmaß, Einheit Radiant (rad) $\alpha_B = \frac{b}{r}$ $\text{rad} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$
 α_G Winkel im Gradmaß, Einheit Grad (°) $\alpha_B = \frac{\alpha_G}{180^\circ} \cdot \pi$
 b Bogenlänge $\alpha_G = \frac{\alpha_B}{\pi} \cdot 180^\circ$
 r Radius

Winkel α_G im Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel α_B im Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6} = 0,52$	$\frac{\pi}{4} = 0,79$	$\frac{\pi}{3} = 1,05$	$\frac{\pi}{2} = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$	$2 \cdot \pi = 6,28$

1.5 Rechnen am Dreieck

Rechtwinkliges Dreieck



c Hypotenuse

a Kathete

b Kathete

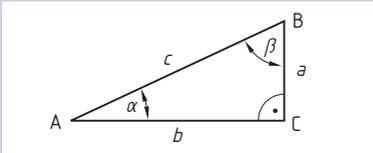
☞ Kennzeichen für rechten Winkel $\hat{=}$ 90°

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

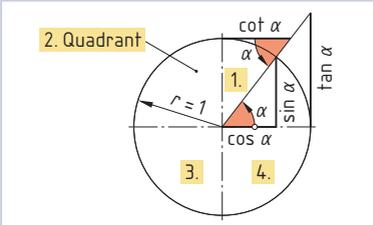
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Winkelfunktionen
(Trigonometrische Funktionen)

c Hypotenuse

a Gegenkathete zu α ,
Ankathete zu β b Gegenkathete zu β ,
Ankathete zu α

Einheitskreis



Quadrant	1	2	3	4
sin α	+	+	-	-
cos α	+	-	-	+
tan α	+	-	+	-
cot α	+	-	+	-

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \alpha; \quad c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \alpha; \quad c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \tan \alpha; \quad b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \cot \alpha; \quad a = \frac{b}{\cot \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin \beta; \quad c = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos \beta; \quad c = \frac{a}{\cos \beta}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \tan \beta; \quad a = \frac{b}{\tan \beta}$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \cot \beta; \quad b = \frac{a}{\cot \beta}$$

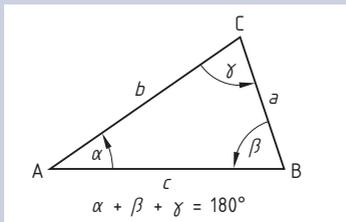
Winkelberechnung, z.B. $\alpha = \arcsin \frac{a}{c}$; $\beta = \arcsin \frac{b}{c}$

Wichtige Winkelfunktionswerte:

Funktion	Winkel α									
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
Sinus α	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966	1	0	-1	0
Cosinus α	1	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0	-1	0	1
Tangens α	0	0,268	0,577	1	1,732	3,732	∞	0	∞	0

Beispiel: $\sin 15^\circ = 0,259$

Sinussatz



- i** sin: Sinus
- cos: Cosinus
- tan: Tangens
- cot: Cotangens

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow a = b \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad b = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{b} \cdot \sin \beta; \quad \sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \Rightarrow b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \quad c = b \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \cdot \sin \gamma; \quad \sin \gamma = \frac{c}{b} \cdot \sin \beta$$

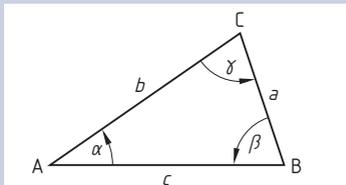
$$\frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} \Rightarrow c = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad a = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{c}{a} \cdot \sin \alpha; \quad \sin \alpha = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

Winkelbestimmung:

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{a}{b} \cdot \sin \beta \right); \quad \beta = \arcsin \left(\frac{b}{a} \cdot \sin \alpha \right)$$

Kosinussatz



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot ac \cdot \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln

Vergleich von Zahlensystemen:

Dezimalzahl	Dualzahl	Sedezimalzahl***
0	0	0
1 = 2 ⁰	1	1
2 = 2 ¹	10	2
3	11	3
4 = 2 ²	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8 = 2 ³	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16 = 2 ⁴	10000	10
17	10001	11
18	10010	12
19	10011	13
...
32 = 2 ⁵	100000	20
...
64 = 2 ⁶	1000000	40

8-4-2-1-Code (BCD-Code):

Dezimalzahl	8-4-2-1-Code	
0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	0000	0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001
*	0000	1010
**	*	+0110
10	0001	0000
11	0001	0001
12	0001	0010
13	0001	0011
14	0001	0100
15	0001	0101
16	0001	0110
17	0001	0111
18	0001	1000
19	0001	1001
*	0001	1010
**	*	+0110
20	0010	0000

Rechnen mit Dualzahlen:

+	00	00	00
	0	-	0
	00	-	00
	01	-	01
+	0	-	0
	01	-	01
	00	-	00
+	1	-	1
	01	-	01
	01	-	01
+	1	-	1
	10	-	00
	011	-	011
+	10	-	10
	101	-	001
	011	-	011
+	11	-	100
	110	-	001

1 · 1 = 1
0 · 0 = 0
1 · 0 = 0
0 · 1 = 0
0 : 1 = 0
1 : 1 = 1

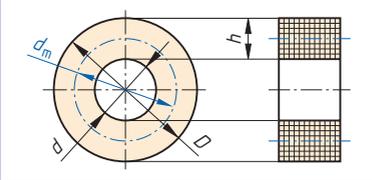
* Pseudotetrade, bewirkt Rückstellung und Übertrag auf die nächste Dekade.
 *** auch Hexadezimalzahl genannt.

** Korrektursummand beim Übertrag.

2 Längen- und Flächenberechnungen*

2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen

Rundspulen



l Drahtlänge
 D, d Durchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 h Höhe (Wickelhöhe)
 N Windungszahl

$$l = \pi \cdot d_m \cdot N \quad \Rightarrow N = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$

$$d_m = \frac{D + d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot d_m - d$$

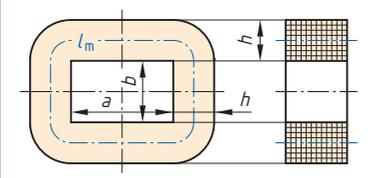
$$h = \frac{D - d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot h + d;$$

$$d_m = d + h$$

$$d = D - 2 \cdot h$$

$$d_m = D - h$$

Rechteckspulen



l Drahtlänge
 b Breite

l_m mittlere Wickungslänge
 h Wickelhöhe

a Länge
 N Windungszahl

* In manchen Ländern wird die Längeneinheit Inch (Zoll) verwendet, 1 Inch = 1 in = 1'' = 1 Zoll = 25,4 mm.

$$l = (2a + 2b + \pi \cdot h) \cdot N \quad \Rightarrow N = \frac{l}{2a + 2b + \pi \cdot h};$$

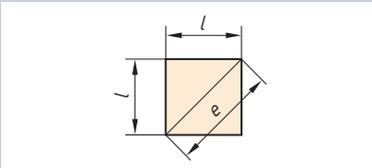
$$l = l_m \cdot N$$

$$h = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{l}{N} - 2a - 2b \right)$$

$$\pi = 3,14159$$

2.2 Flächen

Quadrat



A Fläche
 l Seitenlänge

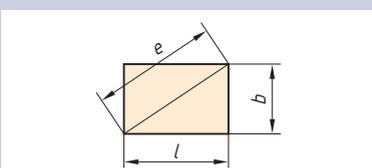
u Umfang
 e Diagonale, Eckenmaß

$$A = l^2 \quad \Rightarrow l = \sqrt{A}$$

$$u = 4 \cdot l \quad \Rightarrow l = \frac{u}{4}$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

Rechteck



A Fläche
 u Umfang

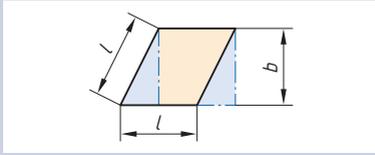
l Länge
 e Diagonale, Eckenmaß

b Breite

$$A = l \cdot b \quad \Rightarrow l = \frac{A}{b}$$

$$u = 2(l + b) \quad \Rightarrow l = \frac{u}{2} - b$$

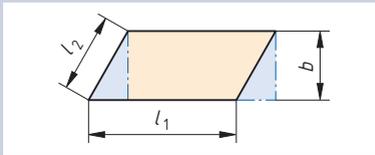
$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

Raute

A Fläche
 l Länge
 b Breite
 u Umfang

$$A = l \cdot b \quad \Rightarrow l = \frac{A}{b}$$

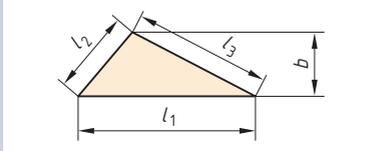
$$u = 4 \cdot l \quad \Rightarrow l = \frac{u}{4}$$

Parallelogramm

A Fläche
 l_1, l_2 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$$A = l_1 \cdot b \quad \Rightarrow l_1 = \frac{A}{b}; \quad b = \frac{A}{l_1}$$

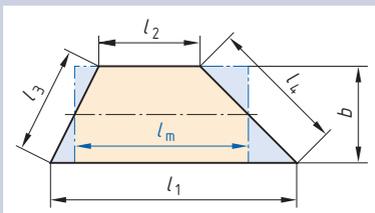
$$u = 2(l_1 + l_2) \quad \Rightarrow l_1 = \frac{u}{2} - l_2; \quad l_2 = \frac{u}{2} - l_1$$

Dreieck

A Fläche
 l_1, l_2, l_3 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$$A = \frac{l_1 \cdot b}{2} \quad \Rightarrow b = \frac{2 \cdot A}{l_1}; \quad l_1 = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$u = l_1 + l_2 + l_3 \quad \Rightarrow l_1 = u - l_2 - l_3$$

Trapez

A Fläche
 b Breite
 l_1 große Länge
 l_2 kleine Länge
 l_m mittlere Länge
 l_3, l_4 Längen der Schrägseiten

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b \quad \Rightarrow l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$

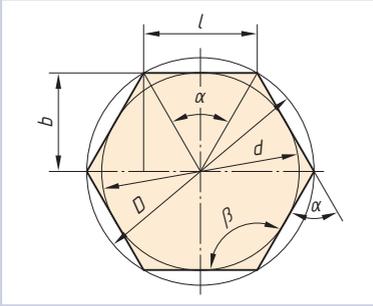
$$u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 \quad \Rightarrow l_1 = u - l_2 - l_3 - l_4$$

$$u = 2 \cdot l_m + l_3 + l_4 \quad \Rightarrow l_m = \frac{u - l_3 - l_4}{2}$$

$$A = l_m \cdot b \quad \Rightarrow l_m = \frac{A}{b}; \quad b = \frac{A}{l_m}$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad \Rightarrow l_1 = 2 \cdot l_m - l_2; \quad l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$$

Regelmäßiges Vieleck



- A Fläche
- l Seitenlänge
- b Breite eines Teildreiecks
- n Eckenzahl
- u Umfang
- D Umkreisdurchmesser
- d Inkreisdurchmesser
- α Mittelpunktswinkel
- β Eckenwinkel

$$A = \frac{l + b}{2} \cdot n \quad \Rightarrow n = \frac{2 \cdot A}{l + b}; \quad l = \frac{2 \cdot A}{n} - b$$

$$u = l \cdot n \quad \Rightarrow l = \frac{u}{n}; \quad n = \frac{u}{l}$$

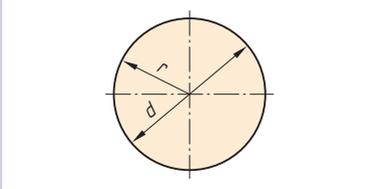
$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow D = \frac{l}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

$$b = \frac{1}{2} \cdot d \quad \Rightarrow d = 2 \cdot b$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \alpha = 180^\circ - \beta$$

Kreis



- A Kreisfläche
- d Durchmesser
- r Radius, Halbmesser
- u Umfang
- π Kreiszahl ($\pi = 3,1415\dots$)

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}; \quad \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

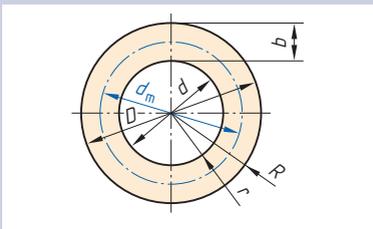
$$A = \pi \cdot r^2 \quad \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$u = \pi \cdot d; \quad \Rightarrow d = \frac{u}{\pi}$$

$$u = 2\pi \cdot r \quad \Rightarrow r = \frac{u}{2 \cdot \pi} = \frac{d}{2}$$

$$[d] = [u] = \text{m} \rightarrow [A] = \text{m}^2; \quad [d] = [u] = \text{mm} \rightarrow [A] = \text{mm}^2$$

Kreising



- A Kreisingfläche
- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- d_m mittlerer Durchmesser
- R, r Radien
- b Breite (Dicke)
- u_m mittlerer Kreisumfang (gestreckte Länge)

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \quad \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2};$$

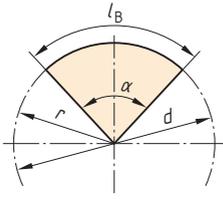
$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$u_m = \pi \cdot d_m \quad \Rightarrow d_m = \frac{u_m}{\pi}$$

$$b = \frac{D - d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot b + d; \quad d = D - 2 \cdot b$$

$$d_m = \frac{D + d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot d_m - d;$$

$$\pi = 3,14159 \quad d = 2 \cdot d_m - D$$

Kreisausschnitt (Kreissektor)

- A Fläche des Kreisausschnitts
 d Durchmesser
 r Radius
 l_B Bogenlänge
 α Innenwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ};$$

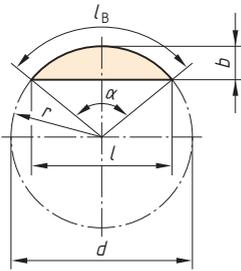
$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}};$$

$$A = \frac{r \cdot l_B}{2}$$

$$\alpha = \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d^2}$$

$$l_B = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow r = \frac{l_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

Kreisabschnitt

- A Fläche
 r Radius
 d Durchmesser
 l_B Bogenlänge
 l Sehnenlänge
 b Breite
 α Innenwinkel

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

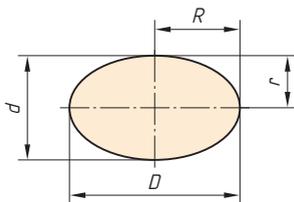
$$A = \frac{l_B \cdot r - l(r - b)}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2 \cdot A - r \cdot b}{l_B - l};$$

$$l_B = \frac{2 \cdot A + l(r - b)}{r}$$

Näherungsformel:

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

Ellipse

- A Fläche
 d kleine Achse
 D große Achse
 r kleine Halbachse
 R große Halbachse
 u Umfang

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4};$$

$$\Rightarrow D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}; \quad d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

$$A = \pi \cdot R \cdot r$$

$$\Rightarrow R = \frac{A}{\pi \cdot r}; \quad r = \frac{A}{\pi \cdot R}$$

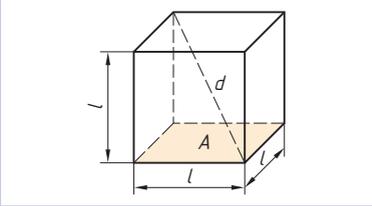
$$u \approx \frac{D + d}{2};$$

$$u \approx \pi \cdot (R + r)$$

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen

3.1 Volumen und Oberflächen

Würfel



V Volumen
 A Grundfläche
 l Kantenlänge
 A_0 Oberfläche
 d Raumdiagonale

$$V = A \cdot l$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{l}; \quad l = \frac{V}{A}$$

$$V = l^3$$

$$\Rightarrow l = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$$

$$A_0 = 6 \cdot l^2$$

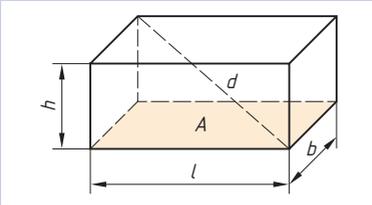
$$\Rightarrow l = \sqrt{\frac{A_0}{6}}$$

$$d = l \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow l = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

$$A = l^2$$

Prisma



V Volumen
 A Grundfläche
 h Höhe
 l Länge
 b Breite
 A_0 Oberfläche
 d Raumdiagonale

$$V = A \cdot h$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{h}; \quad h = \frac{V}{A}$$

$$V = l \cdot b \cdot h$$

$$\Rightarrow l = \frac{V}{b \cdot h}; \quad b = \frac{V}{l \cdot h};$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

$$d = \sqrt{l^2 + h^2 + b^2}$$

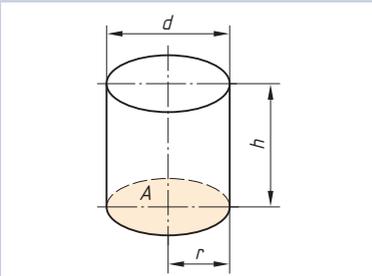
$$\Rightarrow h = \sqrt{d^2 - l^2 - b^2}$$

$$l = \sqrt{d^2 - h^2 - b^2}$$

$$A = l \cdot b$$

$$b = \sqrt{d^2 - l^2 - h^2}$$

Zylinder



V Volumen
 A Grundfläche
 h Höhe
 d Durchmesser
 r Radius
 A_0 Oberfläche

$$V = A \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{V}{A}; \quad A = \frac{V}{h}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}; \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{A_0}{\pi \cdot d} - \frac{d}{2}$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

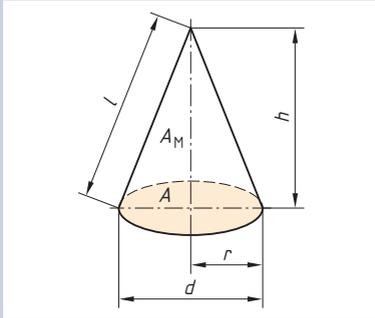
$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot (A_0 - \pi \cdot d)}{\pi}}$$

$$\pi = 3,1415 \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = 0,785 \dots$$

Kegel



- V Volumen
 A Grundfläche
 A_M Mantelfläche
 A_0 Oberfläche
 h Höhe
 d Durchmesser
 r Radius
 l Länge der Mantellinie

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3 \cdot V}{h}; \quad h = \frac{3 \cdot V}{A}$$

$$V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}; \quad h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot l$$

$$\Rightarrow r = \frac{A_M}{\pi \cdot l}; \quad l = \frac{A_M}{\pi \cdot r}$$

$$A_0 = \pi \cdot (l \cdot r + r^2)$$

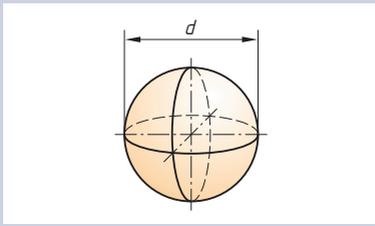
$$\Rightarrow l = \frac{A_0}{\pi \cdot r} - r$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \pi \cdot r^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_0 = A_M + A$$

Kugel



V Volumen

d Durchmesser

A_0 Oberfläche

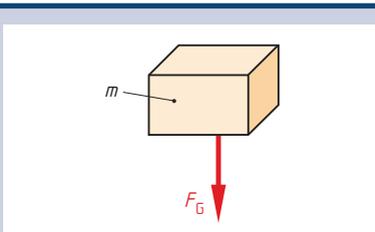
$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

3.2 Masse und Gewichtskraft



- V Volumen
 m Masse
 ρ Dichte
 F_G Gewichtskraft
 g Fallbeschleunigung (9,81 m/s²)

Weitere Werte für Dichte ρ :
 Seite 117

$$m = \rho \cdot V$$

$$\Rightarrow V = \frac{m}{\rho}; \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_G = \rho \cdot V \cdot g$$

$$\Rightarrow V = \frac{F_G}{\rho \cdot g}; \quad \rho = \frac{F_G}{V \cdot g}$$

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; \quad [m] = \text{kg}$$

$$[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

$$1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg (t für Tonne)}$$

Dichte ρ (Beispiele)

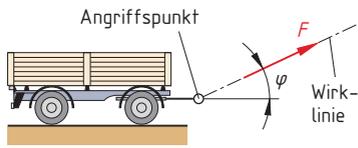
Wasser bei 4 °C	1 kg/dm ³
Aluminium	2,7 kg/dm ³
Kupfer	8,9 kg/dm ³



4 Mechanik

4.1 Kräfte

Einheit, Darstellung



Formelzeichen: F

Einheit: $[F] = \text{N}$

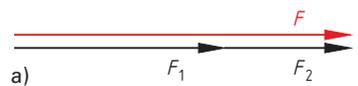
Einheitenname: Newton

Kräftemaßstab: z. B. $200 \text{ N} \triangleq 10 \text{ mm}$

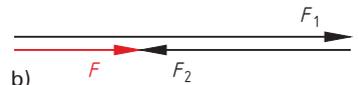
Betrag der Kraft \triangleq Länge des Pfeils

Richtung der Kraft \triangleq Richtung des Pfeils

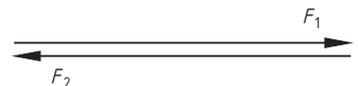
Zusammensetzen von zwei Kräften



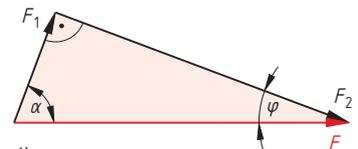
a)



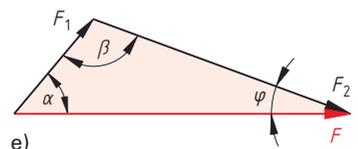
b)



c)



d)



e)

F_1, F_2, \dots Teilkräfte, Komponenten
 F Gesamtkraft, resultierende Kraft, Ersatzkraft

φ Winkel zwischen Teilkraft und Ersatzkraft

α Winkel zwischen den Teilkräften

β Winkel im Kräfteck $\beta = 180^\circ - \alpha - \varphi$



In den Formeln sind für F_1, F_2 und F Beträge einzusetzen.



arccos, Eingabemodus:

2nd cos

a) Teilkräfte gleichgerichtet:

$$F = F_1 + F_2 \quad \Rightarrow F_1 = F - F_2; \quad F_2 = F - F_1$$

b) Teilkräfte entgegengerichtet:

$$F = F_1 - F_2 \quad \Rightarrow F_1 = F + F_2; \quad F_2 = F_1 - F$$

c) Gleichgewichtsbedingung:

$$F_1 = F_2 \quad \Rightarrow F_1 - F_2 = 0$$

d) Teilkräfte senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad \Rightarrow F_1 = \sqrt{F^2 - F_2^2}; \quad F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

$$F = \frac{F_1}{\cos \alpha} \quad \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha; \quad \cos \alpha = \frac{F_1}{F}$$

$$F = \frac{F_2}{\cos \varphi} \quad \Rightarrow F_2 = F \cdot \cos \varphi; \quad \cos \varphi = \frac{F_2}{F}$$

e) Teilkräfte nicht senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos \left(\frac{F_1^2 + F_2^2 - F^2}{2 \cdot F_1 \cdot F_2} \right)$$

$$F_1 = \sqrt{F^2 + F_2^2 - 2 \cdot F \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}$$

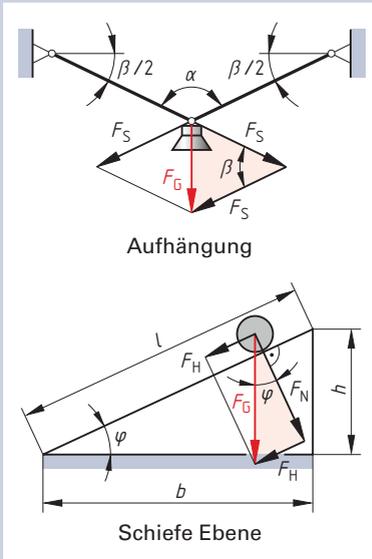
$$\Rightarrow \varphi = \arccos \left(\frac{F^2 + F_2^2 - F_1^2}{2 \cdot F \cdot F_2} \right)$$

$$F_2 = \sqrt{F^2 + F_1^2 - 2 \cdot F \cdot F_1 \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{F^2 + F_1^2 - F_2^2}{2 \cdot F \cdot F_1} \right)$$



Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkraften (Komponenten)



$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = 180^\circ - \beta$$

$$F_S = \frac{F_G}{\sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}} \quad \Rightarrow \quad F_G = F_S \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{F_G^2}{2 \cdot F_S^2}$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \varphi \quad \Rightarrow \quad F_G = \frac{F_H}{\sin \varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{l} \quad F_H = F_G \cdot \frac{h}{l}; \quad F_G = \frac{F_H \cdot l}{h}$$

$$F_N = F_G \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad F_G = \frac{F_N}{\cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = \frac{b}{l} \quad F_N = F_G \cdot \frac{b}{l}; \quad F_G = \frac{F_N \cdot l}{b}$$

$$F_H = F_N \cdot \tan \varphi \quad \Rightarrow \quad F_N = \frac{F_H}{\tan \varphi}; \quad \tan \varphi = \frac{F_H}{F_N}$$

$$\tan \varphi = \frac{h}{b} \quad F_H = F_N \cdot \frac{h}{b}; \quad F_N = \frac{F_H \cdot b}{h}$$

F_G Gewichtskraft

F_S Seilkräfte

α Winkel zwischen den Seilkräften

β Winkel im Krafteck

F_H Hangabtriebskraft

F_N Normalkraft

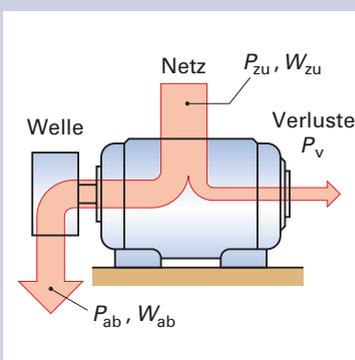
l Länge der schiefen Ebene

h Höhenunterschied

b Basislänge der schiefen Ebene

φ Neigungswinkel der schiefen Ebene

4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad



$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \Rightarrow \quad P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}; \quad P_{ab} = \eta \cdot P_{zu}$$

$$P_v = P_{zu} - P_{ab} \quad \Rightarrow \quad P_{zu} = P_{ab} + P_v;$$

$$P_{ab} = P_{zu} - P_v$$

$$\zeta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad \Rightarrow \quad W_{zu} = \frac{W_{ab}}{\zeta};$$

$$W_{ab} = \zeta \cdot W_{zu}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \quad \Rightarrow \quad \eta_1 = \frac{\eta}{\eta_2 \cdot \eta_3 \dots}$$

[P] = W (Watt)

[W] = Ws (Wattsekunde)

η^* Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)

P_{zu} zugeführte Leistung (statt P_{zu} auch: P_1)

P_{ab} abgegebene Leistung (statt P_{ab} auch: P_2)

P_v Verlustleistung

ζ^{**} Arbeitsgrad, Nutzungsgrad (Arbeits-, Energieverhältnis)

W_{zu} zugeführte Energie

W_{ab} abgegebene Energie

η Gesamtwirkungsgrad

$\eta_1, \eta_2 \dots$ Einzelwirkungsgrade

* η griech. Kleinbuchstabe eta

** ζ griech. Kleinbuchstabe zeta